

TRIMESTRE 09P



PROYECTO
TERMINAL

TRABAJO FINAL

SIMULACIÓN DE TRÁNSITO VEHICULAR DENTRO DE UNA GLORIETA USANDO
AUTÓMATAS CELULARES. | JORGE OMAR AVILA ROMERO

CBI | INGENIERÍA EN COMPUTACIÓN

SIMULACIÓN DE TRÁNSITO VEHICULAR DENTRO DE UNA GLORIETA USANDO
AUTÓMATAS CELULARES

ALUMNO | JORGE OMAR AVILA ROMERO

ASESOR | GERMÁN TÉLLEZ CASTILLO

Contenido

CAPÍTULO I. PROYECTO.....	1
Antecedentes.....	1
Objetivos generales	2
Objetivos particulares	2
Justificación.....	2
CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO.....	3
Autómatas celulares	3
Descripción de un autómata celular	4
Conceptos.....	4
Flujo de tránsito vehicular	7
Modelo de tránsito vehicular utilizando AC.....	7
Modelo del AC de Nagel – Schreckenberg (NS)	9
Diagrama fundamental. Densidad y flujo	10
CAPÍTULO III. MODELO	12
Diseño virtual.....	12
Movimientos.....	13
Modelo – Multicarril	13
Modelo – Nagel–Schreckenberg	14
CAPÍTULO IV. SIMULACIÓN Y RESULTADOS	15
Peor caso	16
Mejor caso.....	17
Caso promedio	19
CAPÍTULO V. CONCLUSIONES.....	21
Bibliografía.....	22
Documentos Anexos.....	22

Tabla de Imágenes

Figura 1. Ejemplos de las clases de los AC según Stephen Wolfram. De izquierda a derecha se observan las clasificaciones I a IV.	4
Figura 2. Lattices de una, dos y tres dimensiones, note que las células no necesariamente son cuadradas. ...	5
Figura 3. Lattice con frontera periódica de varias dimensiones.	6
Figura 4. Sección de un carril en un modelo de tránsito de vehículos con un AC, se muestran los conceptos de predecesor, sucesor y brecha.	9
Figura 5. Diagrama fundamental: flujo (q) contra densidad (k).	11
Figura 6. Diagrama espacio contra tiempo.	11
Figura 7. Representación de las avenidas y glorieta mostrando las propiedades de sus carriles y los límites de cada avenida.	12
Figura 8. Movimientos que describe la simulación	13
Figura 9. Tabla que muestra la relación que existe entre: el número de células, la distancia y la velocidad en un AC que modela el tránsito vehicular. En donde Δt es un intervalo discreto de tiempo.	15
Figura 10. Pantalla principal de la simulación "peor caso"	16
Figura 11. Pantalla que muestra las gráficas del "peor caso"	17
Figura 12. Pantalla principal de la simulación "mejor caso"	18
Figura 13. Pantalla que muestra las gráficas del "mejor caso"	18
Figura 14. Pantalla principal de la simulación "caso promedio"	19
Figura 15. Pantalla que muestra las gráficas del "caso promedio"	20

CAPÍTULO I. PROYECTO

Antecedentes

En las sociedades modernas, la transportación vehicular es importante y está lejos de ser simple. Cada vehículo es único, por ejemplo: el desempeño mecánico de la maquina, la pericia del conductor, el comportamiento al conducir, estatus de las llantas,...etc. Aun cuando la avenida impone restricciones de movimiento a los vehículos, la maniobra del cambio de carril y las vueltas a la izquierda o derecha en una intersección puede ser diferente de vehículo a vehículo; cuando todas estas situaciones ocurren sobre la misma avenida, la dinámica se complica.

Una solución completa a esta problemática implicaría un gran número de parámetros, cuya simulación es inaccesible aun hoy día, no obstante la ayuda de las actuales computadoras; por lo que una solución factible es a menudo guiada por hallazgos empíricos. Las condiciones del tráfico pueden cambiar drásticamente conforme el tiempo evoluciona. La solución dada para un cierto momento puede no ser válida en otro. Más aún, en un esquema de tránsito vehicular bien diseñado puede aparecer, en algún momento, un embotellamiento, resultado de que no es posible considerar por adelantado todas las posibilidades que pueden suceder en el tránsito de vehículos.

Varios modelos han sido propuestos para capturar la esencia del fenómeno de tráfico [1,2]. Aun cuando la dinámica del tráfico no involucra fuerzas fundamentales de la naturaleza, algunas interacciones pueden ocurrir y podrían generar contratiempos en el trayecto. En estos modelos, los vehículos son tratados como partículas idénticas y se considera que son gobernadas por las mismas interacciones; por lo que la dinámica del tráfico se convierte a analizar el comportamiento colectivo de un sistema de muchas partículas. Esta aproximación tiene al menos dos beneficios: primero, un fenómeno complicado puede ser representado económicamente, por lo que las simulaciones en línea y la predicción se vuelve posible. Segundo, como el espacio de los parámetros es significativamente reducido, una clasificación completa de las soluciones se vuelve posible. En este trabajo propondremos un modelo para evaluar la eficiencia del tráfico en una glorieta.

La avenida confina el movimiento de los vehículos, por lo que estos se siguen unos a otros para poder avanzar. La seguridad es de alta prioridad, esto es, se trata de evitar colisiones con otros vehículos; de esta forma el transporte vehicular puede ser caracterizado de una dimensión, de no equilibrio y de fuerte repulsión. Un modelo básico de esto es "el proceso de exclusión simple y asimétrico" (ASEP, por sus siglas en ingles), donde las partículas saltan a través de la lattice con reglas de actualización prefijadas [3]. En este modelo las propiedades como la densidad, y el flujo son controladas por las fronteras, en donde las partículas pueden ser desplazadas fuera del sistema. El parámetro del espacio es generado por estas fronteras con la incorporación y borrado de vehículos. Cuando la incorporación es mayor que el borrado, el sistema se congestiona; cuando la incorporación es menor que el borrado, el sistema es de flujo libre. La complejidad de la dinámica de tráfico crece ante las diferentes demandas de tránsito en las diferentes avenidas. Un ejemplo de esto es el tráfico de dos avenidas que se interceptan en una esquina y cuyos flujos de tránsito tienen direcciones diferentes; una propuesta para regular el tránsito a esta problemática es una glorieta. Sin embargo, existen opiniones opuestas ante esta propuesta. Algunos investigadores sugieren que lo rotatorio de la glorieta es una buena forma para mantener un tráfico fluido y con "ciertos" niveles de seguridad, por lo que es superior a cualquier otro tipo de control de tráfico [4, 5]; mientras que otros reportan que las glorietas causan severas congestiones [6]. Un ejemplo notable es el *Arc de Triomphe* en Paris con el cual se tienen fuertes experiencias de congestión de tráfico.

Existen diversas empresas dedicadas a la simulación de redes de tránsito vehicular, una de ellas es Akcelik&Associates [13], de origen Australiano, que tiene entre sus clientes a 79 países, incluyendo Estados Unidos y 42 en América Latina, con su software *SIDRA INTERSECTION* para sincronización de semáforos y optimización de tráfico vehicular. Un programa más utilizado en California E.U.A. para control de tráfico, es

SimTraffic, de TrafficWare[14], el cual permite optimizar el flujo vehicular en calles, rotondas, bulevares y freeways. Estos programas tienen un costo por su adquisición.

También podemos encontrar applets, desarrollados en Java, con los cuales se puede observar el comportamiento del tráfico en diferentes escenarios como intersecciones, carreteras, entradas de automóviles [16], señalizaciones, control de semáforos [15], sin embargo solo uno de ellos nos permite observar el comportamiento del tráfico en una carretera cerrada [16], no precisamente una glorieta y sobre todo sin tener cruces que convergen en ese camino cerrado.

Objetivos generales

Simular, en dos carriles, la dinámica del tránsito vehicular dentro de una glorieta usando autómatas celulares.

Objetivos particulares

Estudiar y analizar la teoría de autómatas celulares necesaria para resolver el problema planteado.

Implementar un modelo matemático que sea capaz de reproducir la dinámica del tránsito vehicular en una glorieta de tres carriles.

Implementar un sistema tal que incorpore el modelo diseñado y una interfaz gráfica amigable para el usuario, usando el lenguaje de programación C#.

Justificación

En una glorieta moderna, existe una regla: producir el tránsito giratorio. Los vehículos al estar girando tienen derecho de paso; en contraste, una intersección señalizada puede ser más complicada para los conductores, así como su operación. El derecho de paso cambia después de algunos segundos en una secuencia de ciclos. En la medida que las glorietas son más ampliamente usadas, crece el interés para los que estudian el tráfico [7-9]. La dinámica básica de una glorieta ha sido estudiada por ingenieros de tránsito [10-12]. Sin embargo, en la mayoría de los trabajos previos los resultados son limitados a soluciones numéricas con un pequeño número de parámetros. En este trabajo se usarán aproximaciones teóricas para estimar la funcionalidad de una glorieta, además se propondrá un modelo para evaluar la eficiencia de la glorieta.

La implementación de este proyecto por un ingeniero en computación es viable, dado que, posee conocimientos de diferentes herramientas las cuales se revisan en cursos como los de inteligencia artificial, ingeniería de software, diseño de algoritmos, programación orientada a objetos y matemática discreta; además, este proyecto aportará conocimiento al análisis del tráfico que se da dentro de una glorieta. Finalmente, este modelado como tal no se encuentra en otros proyectos ya realizados [13-16]; por lo que su implementación contribuirá a una mejor comprensión del tránsito de vehículos en una glorieta.

CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

Autómatas celulares

El desarrollo de los autómatas celulares AC, comenzó alrededor de 1943 cuando JOHN VON NEUMANN empezó a considerar la posibilidad de generación de vida artificial, tratando de que un autómata se copiara a sí mismo. Bajo sugerencia de su colega STANISLAW MARCIM ULAM, VON NEUMANN utilizó patrones sobre una cuadrícula en el plano, las cuales evolucionan según una regla de transformación fija. De esta forma el problema de auto reproducción mecánica, quedaba reducido a la búsqueda de ciertas configuraciones que, con la aplicación de la regla, dieran lugar a copias idénticas.

Muchos AC interesantes han surgido desde entonces; algunos como juegos de computadora, que gracias a las facilidades computacionales y a las diversas TESELACIONES del plano, es posible aplicar reglas locales que dan lugar a vistosos cambios en las configuraciones; tal es el caso del llamado Juego de la Vida presentado por el matemático británico JOHN HORTON CONWAY, en la columna MATHEMATICAL GAMES de SCIENTIFIC AMERICAN, en octubre de 1970.

EDWARD FREDKIN en 1960, formuló el concepto de mecánica de la información, en analogía con la mecánica cuántica. Su formulación se basa en el supuesto de que el mundo físico proporciona constantemente información y puede, por consiguiente, modelarse como un gran AC de tres dimensiones. En 1965, JOHN HOLLAND utilizó AC para resolver problemas de adaptación y optimización. HEDLUND (1969) y RICHARDSON (1972) estudian los AC como sistemas dinámicos. Actualmente los AC se están aplicando a diferentes áreas del conocimiento: física, biología, química, matemáticas y ciencias de la computación, entre otros.

Un representante en la actualidad del estudio de los AC es Stephen Wolfram¹ ha realizado numerosas investigaciones sobre el comportamiento cualitativo de los A.C. Con base en su trabajo sobre AC unidimensionales, con dos o tres estados, sobre configuraciones periódicas que se presentan en el A.C., observó sus evoluciones para configuraciones iniciales aleatorias. Así, dada una regla, el A.C. exhibe diferentes comportamientos para diferentes condiciones iniciales. Al observar estos diferentes comportamientos estableció cuatro diferentes calcificaciones para un AC, estas son:

- a) Clase I. La evolución lleva a una configuración estable y homogénea, es decir, todas las células terminan por llegar al mismo valor.
- b) Clase II. La evolución lleva a un conjunto de estructuras simples que son estables o periódicas.
- c) Clase III. La evolución lleva a un patrón caótico.
- d) Clase IV. La evolución lleva a estructuras aisladas que muestran un comportamiento complejo (es decir, ni completamente caótico, ni completamente ordenado, sino en la línea entre uno y otro, este suele ser el tipo de comportamiento más interesante que un sistema dinámico puede presentar).

¹ Stephen Wolfram es hoy en día uno de los más reconocidos estudiosos en el tema de AC. Con la publicación de su libro "A new kind of Science" da a conocer un vasto mundo de los autómatas celulares, se plantea la tesis de que todo en el mundo son pequeños programas, muy simples, que generan toda la complejidad que observamos. Wolfram argumenta como el Universo podrá expresarse algún día como un programa, sorprendentemente pequeño, que genera un sinnúmero de fenómenos. Este libro se encuentra disponible para su lectura de forma gratuita en su versión online accesible desde la página del autor. <http://www.stephenwolfram.com/>

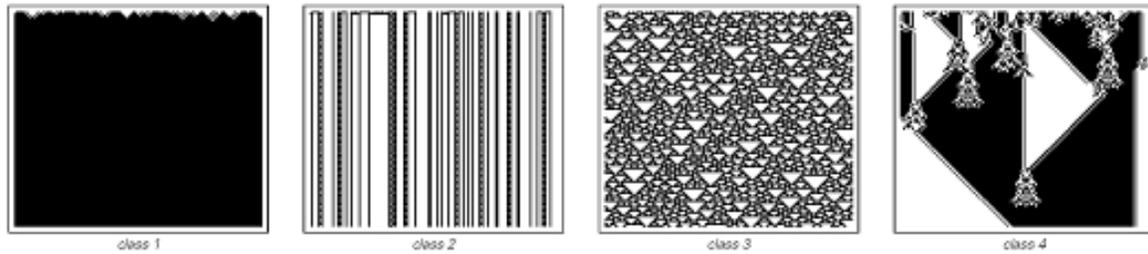


Figura 1. Ejemplos de las clases de los AC según Stephen Wolfram. De izquierda a derecha se observan las clasificaciones I a IV.

Los autómatas celulares pueden ser usados para modelar numerosos sistemas físicos que se caractericen por un gran número de componentes homogéneos y que interactúen localmente entre sí. De hecho, cualquier sistema real al que se le puedan analogar los conceptos de "vecindad", "estados de los componentes" y "función de transición" es candidato para ser modelado por un AC. Algunos ejemplos de áreas en donde se utilizan los autómatas celulares son:

- Modelación de flujo de tránsito vehicular y de peatones.
- Modelación de fluidos (gases o líquidos).
- Modelación de la evolución de células o virus como el VIH.
- Modelación de procesos de percolación.

Descripción de un autómata celular

Un AC consta de los siguientes elementos:

- Un enrejado, retícula, arreglo ó lattice regular de celdas o células.
- A cada celda se le asigna un valor, llamado estado; el conjunto de estados es finito.
- Cada celda tiene un conjunto finito de celdas vecinas, llamada vecindad de la célula. La relación de vecindad es uniforme.
- Una función de transición que es discreta y temporal y que indica cuál será el estado de una celda en el instante $t+1$, con base en su estado y los estados de su vecindad en el tiempo t . La función es la misma para todas las celdas.

Conceptos

Definición 1. Una retícula (o una lattice), es un arreglo regular de elementos de dimensión $d \in \mathbb{Z}^+$; los elementos del lattice son llamados celdas o células. A cada célula se le asigna un valor de una familia de conjuntos finitos llamados conjuntos de estados. Ver figura 2.

Definición 2. Un lattice L , es homogéneo si todas sus celdas toman su valor a partir del mismo conjunto S .

Definición 3. Sea L un lattice homogéneo y $r \in L$ una célula, el estado de r es un elemento $s \in S$, esto es. $r \leftarrow s$.

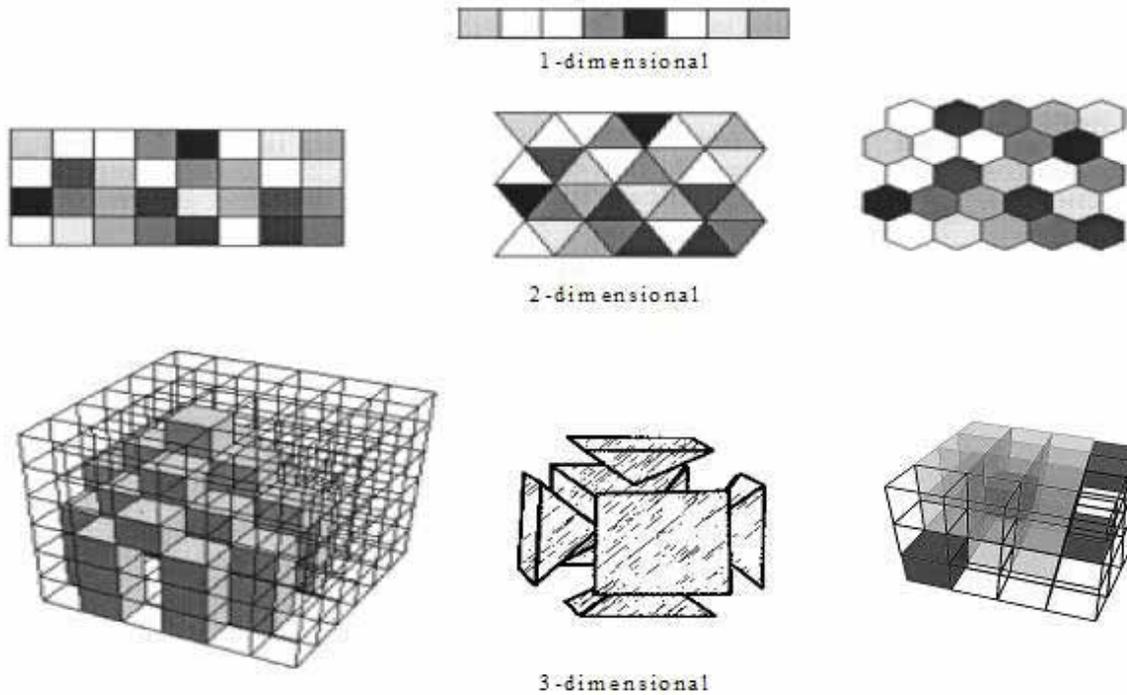


Figura 2. Lattices de una, dos y tres dimensiones, note que las células no necesariamente son cuadradas.

El tiempo avanza en etapas discretas y la dinámica está dada por una regla explícita llamada función local. La función local es usada en cada etapa de tiempo sobre cada célula para determinar su nuevo estado a partir del estado actual de ciertas células, llamadas la vecindad de la célula, es decir, la función local toma los estados de la vecindad de la célula como argumento y devuelve como resultado el nuevo estado de la célula correspondiente.

Las células cambian sus estados en etapas de tiempo discreto de acuerdo a la función local. Estos cambios de estado de las células podrían o no realizarse de forma sincronizada para todas las células del lattice, dependiendo de la naturaleza del problema que se modele. Si el lattice es homogéneo todas las células operan bajo la misma función local.

Observación: La definición 1 implica que una lattice puede ser infinita, sin embargo, implementar esto en un programa de computadora es imposible, por esta razón, las lattices se consideran compuestas por un número finito de células, y se implementan siguiendo algunas condiciones de frontera, a saber:

Frontera periódica. Es una frontera en donde los bordes opuestos de una lattice se consideran conectados.

Para una lattice de una dimensión, la frontera periódica permite visualizar geoméricamente al lattice en dos dimensiones como una circunferencia.

Para una lattice de dos dimensiones, esta frontera permite visualizar geoméricamente al lattice en tres dimensiones como un TOROIDE, como se muestra en la figura 3.

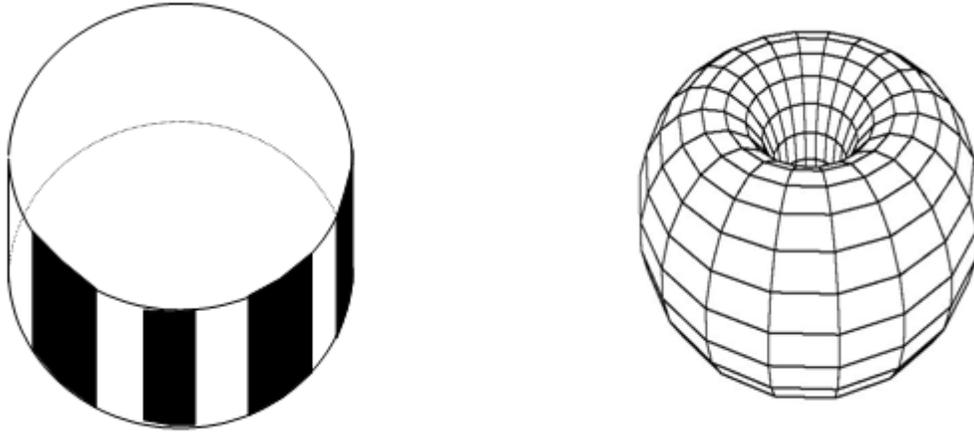


Figura 3. Lattice con frontera periódica de varias dimensiones.

Frontera abierta. Es una frontera en donde fuera de ella el lattice se considera que existen células con un valor fijo tomado de S .

Frontera reflectora. Es una frontera en donde los valores de las células en la frontera del lattice se consideran reflejados fuera de esta.

Sin frontera. Es una lattice que comienza con algún tamaño finito y que crece dinámicamente conforme se va requiriendo.

Nota: No debe confundirse con una definición anterior que implica una lattice inicialmente infinita.

Combinación de las anteriores. En algunos casos podemos considerar los extremos del lattice con alguno de los tipos de frontera anteriormente citados, o que en otro extremo podría tener alguna otra condición. Esto le dará al lattice una geometría específica, por ejemplo si para una lattice en dos dimensiones se maneja una frontera periódica en dos extremos opuestos y una frontera abierta en los otros dos extremos, el lattice puede visualizarse en tres dimensiones como una banda circular.

En lo sucesivo, dada una lattice L , esta será considerada como una lattice homogénea finita con cierta condición de frontera; además se identificara al índice j con la j -ésima célula de L , con $j \in \{0, \dots, n-1\} \in \mathbb{Z}$, siendo n el número de células de L .

Otro concepto esencial en la definición de un AC es el de vecindad; a cada célula de una lattice le corresponde un conjunto de células de la misma lattice:

Definición 4. Sea L una lattice y sea $r \in L$ una célula. Una vecindad de tamaño $n \in \mathbb{Z}^+$ para r , es un conjunto finito de células $N(r) = \{k_1, \dots, k_n\} \subset L$ tal que $r = k_j$ para algún j , si $r \in N(r)$ o para ningún j en caso contrario.

Definición 5. Un Autómata Celular, AC es una TUPLA (L, S, N, f) donde:

1. L es una lattice de dimensión d , con $d \in \mathbb{Z}^+$. En el caso de una lattice finita, esta consiste de k células, y se le implementa con cierta condición de frontera.
2. $S = \{0, 1, 2, \dots, k-1\}$ es un conjunto finito de estados.
3. N es un conjunto de vecindades definido por:

$$N = \{N(r): r \in L \text{ es una célula y } N(r) \text{ es la vecindad de } r \text{ de tamaño } n \in \mathbb{Z}^+ \forall r \in L\}$$
4. $f: S^n \rightarrow S$ es una función llamada función de transición o función local. Esta función se aplica en cada paso de tiempo discreto sobre las células de L , tomando como argumentos los estados de las células de $N(r)$, y regresando como resultado el nuevo valor de r para el

siguiente paso de tiempo.

Definición 6. Un AC $A = (L, S, N, f)$ se dice que es homogéneo si y solamente si:

1. L es homogénea
2. f se aplica a cada paso discreto de tiempo sobre todas las células de L por igual

Si al menos se cumple 1, se dice que A es un AC de lattice homogénea.

Al conjunto de estados de todas las células del AC se le conoce como configuración del AC:

Definición 7. Sea $A = (L, S, N, f)$ un AC. Una configuración de A es una función $T_t: L \rightarrow S$ que asocia a cada célula del lattice L en el tiempo t , un estado de S .

Dada una configuración, asignarle nuevos estados a todas las células para generar una nueva configuración, a través de la función de transición del AC, se conoce como función global.

Definición 8. Sea $A = (L, S, N, f)$ un AC. La función global es una función $F: L \rightarrow L$ que se aplica evaluando F sobre cada una de las células del conjunto de células del AC en el tiempo t , es decir, sobre una configuración T_t del AC en el tiempo t , y regresa nuevos valores para todas las células del AC, es decir, se pasa de la configuración T_t de A , a la configuración T_{t+1} de A , del tiempo t al $t + 1$.

Flujo de tránsito vehicular

Los ingenieros que analizan el tránsito de vehículos han estudiado las características de la topología de las avenidas, tales como: la longitud que tiene el carril; el número de carriles; el lugar en donde se encuentran los carriles; la discontinuidad de los carriles, es decir, los lugares donde un carril termina y reinicia para continuar el flujo; los puntos de acceso y salida de rampas; los lugares donde se colocan sensores inductivos para el tráfico en las vías principales; el límite de velocidad; el tamaño de la célula en metros; el intervalo de duración en segundos.

Con respecto a la descripción del vehículo, algunos aspectos investigados son: la máxima aceleración; la máxima desaceleración; aceptabilidad de viaje en carriles restrictivos y la capacidad del carril; el máximo de velocidad permitido en el límite de velocidad legal; porcentaje del número total de vehículos de algún tipo.

En términos generales, los puntos de interés para la teoría del flujo del tránsito vehicular en que coinciden los ingenieros para realizar las simulaciones son: velocidad del flujo en vehículos por unidad de tiempo; velocidades, distancia por unidad de tiempo; tiempo de viaje sobre una distancia conocida de la vía; ocurrencia porcentaje de tiempo que un punto en la vía es ocupado por los vehículos; densidad, vehículos por unidad de distancia; TIME HEADWAY entre los vehículos, tiempo por vehículo; espacio o SPACE HEADWAY entre vehículos, distancia por vehículo; concentración medición de la densidad.

En general el flujo del tránsito no es uniforme, varía sobre dos variables: el espacio y el tiempo; debido a esto, el muestreo de las variables es aleatorio en algunos casos de manera explícita y para otros casos es implícita.

Modelo de tránsito vehicular utilizando AC

Para poder modelar el flujo de tránsito vehicular en alguna carretera o vía es necesario definir más conceptos:

Definición 9. Un modelo de flujo de tránsito vehicular es una colección de partículas, que representan a los vehículos moviéndose sobre una línea, ésta línea representa la vía sobre la que circulan los vehículos, esos vehículos circulan de acuerdo a sus velocidades, conforme a la ley que describe la forma en la que cambian sus velocidades; esa ley representa la aceleración o desaceleración de los vehículos.

Observación: Con base en la definición anterior es posible utilizar un AC para modelar el flujo de tránsito vehicular, haciendo una analogía entre los elementos de un modelo de flujo de tránsito de vehículos y los elementos de un AC:

- Las partículas en movimiento son análogas a las células, cuyos estados representan las velocidades de las partículas.
- La línea sobre la que se mueven las partículas es análoga al lattice del AC, implementada con alguna condición de frontera: abierta, periódica o una combinación de ambas; esto último es útil para modelos de más de un carril, conectando los extremos de la autopista con una frontera periódica, pero dejando los bordes laterales con una frontera abierta.
- Notemos que si el lattice representa explícitamente a la vía donde se moverán los vehículos, entonces no todas las células del lattice representarán a un vehículo, también podría haber espacios vacíos entre una partícula y otra.
- Estos espacios vacíos serán representados por células del lattice cuyo estado no sea una velocidad válida; estas células serán conocidas como células vacías.
- Dependiendo del modelo utilizado, la interacción entre las partículas que provoca sus aceleraciones y desaceleraciones, es análoga a la vecindad entre las células que representan a un vehículo y a la función de transición del AC.

El elemento esencial en un modelo de flujo de tránsito vehicular con AC es el vehículo:

Definición 10. Dado un AC $A = (L, S, N, f)$, diremos que el vehículo i -ÉSIMO en el tiempo t , $a(i, t)$, $i \in \{1, \dots, N\}$, corresponde con una célula $r_{a(i, t)} = r_j \in L$ que ocupa la posición $j \in \{0, \dots, l-1\}$ en L , siendo N el número de vehículos del modelo sobre L , en el tiempo t .

Observación: En el caso de L con frontera periódica, N permanece constante todo el tiempo, mientras que con frontera abierta N puede variar con el tiempo.

Para un determinado vehículo pueden existir: el sucesor, que se encuentra directamente detrás del vehículo, y el predecesor, que se encuentra in mediatamente enfrente del vehículo.

Definición 11. Sean $A = (L, S, N, f)$ un AC que modela flujo de tránsito de vehículos, y a (i, t) un vehículo en el tiempo t .

Si existe a $(i+1, t)$ entonces diremos que $a(i+1, t)$ es el predecesor de $a(i, t)$.

Si existe a $(i-1, t)$ entonces diremos que $a(i-1, t)$ es el sucesor de $a(i, t)$.

De otra forma diremos que $a(i, t)$ no tiene predecesor o sucesor, según sea el caso.

Observación: En el caso de L con frontera periódica, $a(i, t)$ tendrá siempre un predecesor y un sucesor para toda $i \in \{1, \dots, N\}$ en el tiempo t , aún cuando el predecesor y el sucesor pudieran representar al mismo vehículo, mientras que con frontera abierta esto no es cierto, en particular el vehículo $a(1, t)$ no tiene sucesor y el vehículo $a(N, t)$ no tiene predecesor.

En un AC el concepto de vecindad es esencial, en los modelos de flujo de tránsito vehicular con AC éste se representa con el concepto de brecha, el espacio entre un vehículo y su predecesor.

Definición 12. Sean $A = (L, S, N, f)$ un AC que modela flujo de tránsito de vehículos y a (i, t) un vehículo del modelo en el tiempo t , tal que $a(i, t)$ tiene predecesor. Según la definición 10, la célula que corresponde con $a(i, t)$ es $r_{a(i, t)} = r_j$, y la célula que corresponde con $a(i+1, t)$ es $r_{a(i+1, t)} = r_k$.

La brecha entre $a(i, t)$ y $a(i+1, t)$ es la distancia entre ambos vehículos, que se calcula como el número de células vacías entre $a(i, t)$ y $a(i+1, t)$.

Es decir, si $d(i, t)$ representa a la brecha entre ambos vehículos:

Si $k > j$ se tiene: $d(i, t) = k - j - 1$ y

Si $k < j$ se tiene: $d(i, t) = k - j + (l-1)$

El caso $k > j$ implica que $a(i + 1, t)$ se encuentra después de $a(i, t)$ en el lattice sucede siempre para L de frontera abierta y en la mayoría de los casos de frontera periódica.

El caso $k < j$ implica que $a(i + 1, t)$ se encuentra antes de $a(i, t)$ en el lattice sucede en particular con L de frontera periódica para $a(i, t) = a(N, t)$, el último vehículo del lattice; y $a(i + 1, t) = a(1, t)$, el primer vehículo del lattice. En la figura 4 se ilustran los conceptos anteriores.

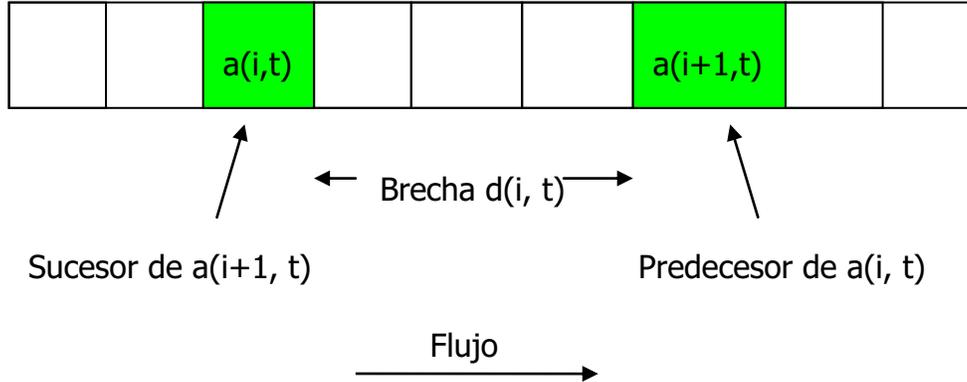


Figura 4. Sección de un carril en un modelo de tránsito de vehículos con un AC, se muestran los conceptos de predecesor, sucesor y brecha.

Modelo del AC de Nagel – Schreckenberg (NS)

El modelo pionero en modelar el tránsito vehicular utilizando autómatas celulares fue el propuesto por Nagel y Schreckenberg en 1992 (modelo NS) [17]. En este modelo se puede observar la congestión de vehículos a través del aumento de la densidad de los mismos. El modelo NS está definido en una retícula de una dimensión con longitud K_L que puede tener condiciones de frontera abierta o cerrada. En donde las células pueden estar ocupadas o no por un vehículo. Las velocidades en los vehículos tienen valores discretos entre cero y v_{max} . La actualización se basa en cuatro reglas aplicadas sucesivamente y en paralelo para cada vehículo; dadas algunas condiciones iniciales de velocidades (*célula/unidad de tiempo*) para cada vehículo, así como las distancias que existen entre ellos (*número de células ó gap*).

El modelo NS está definido por las siguientes reglas:

- **Aceleración:**

$$v_n(t_1) = \min(v_n(t) + 1, v_{max})$$
- **Desaceleración (debido a otros vehículos):**

$$v_n(t_2) = \min(v_n(t_1), d_n(t))$$
- **Aleatoriedad:**

$$v_n(t + 1) = \max(v_n(t_2) - 1, 0)$$
, con probabilidad p_{dec} . (p_{dec} es la probabilidad de desaceleración)
- **Movimiento:**

$$x_n(t + 1) = x_n(t) + v_n(t + 1)$$

donde:

- v_n = velocidad del enésimo vehículo
- v_{max} = velocidad máxima
- x_n = posición del vehículo enésimo
- $d_n(t)$ = número de células vacías frente al vehículo enésimo en un tiempo t
- p_{dec} = probabilidad de frenado o deceleración
- t = tiempo en el que se localiza el vehículo antes de aplicar las reglas del modelo

$t + 1$ = tiempo en el que se localiza el vehículo después de haber aplicado las reglas del modelo
 t_1, t_2 = tiempos auxiliares para las reglas del modelo; $t < t_1 < t_2 < t + 1$

Diagrama fundamental. Densidad y flujo

Para el modelo NS definido sobre una retícula \mathcal{L} unidimensional finita de $K_{\mathcal{L}}$ células con condiciones de frontera periódica, el número total de vehículos N del sistema no cambia durante la dinámica del sistema; por lo que se define la densidad vehicular global del sistema mediante la ecuación (1).

$$k = \frac{N}{K_{\mathcal{L}}} \quad (1)$$

donde:

k = densidad o concentración vehicular en el sistema
 N = número total de vehículos en el sistema
 $K_{\mathcal{L}}$ = número total de células en la retícula

Sin embargo, en el tránsito vehicular real la densidad de vehículos mediante este cálculo no se aproxima a la densidad real, ya que el número de vehículos aumenta o disminuye en distintas secciones de la vía; por esto se define la *densidad vehicular* sobre una célula $\ell \in \mathcal{L}$, que ocupa el sitio ℓ -ésimo en la retícula, promediando para un período de tiempo T ; es decir:

$$\bar{k} = \frac{1}{T} \sum_{t=t_0+1}^{t_0+T} n(\ell, t) \quad (2)$$

donde:

$$n(\ell, t) = \begin{cases} 0 & \text{si } \sigma_{\ell} = \emptyset \\ 1 & \text{si } \sigma_{\ell} \neq \emptyset \end{cases} \quad (3)$$

Se define el *flujo vehicular promedio* \bar{q} como el número de vehículos que atraviesan una célula de la retícula \mathcal{L} , para un período de tiempo T , esto es:

$$\bar{q} = \frac{1}{T} \sum_{t=t_0+1}^{t_0+T} n(\ell_j \rightarrow \ell_k, t) \quad (4)$$

donde:

$$n(\ell_j \rightarrow \ell_k, t) = \begin{cases} 1 & \text{si se detecta el movimiento de un vehículo entre} \\ & \text{las células } \ell_j \text{ y } \ell_k \text{ pasando por el detector, en la iteración } t \rightarrow t + 1 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso.} \end{cases} \quad (5)$$

A la gráfica que resulta de la relación \bar{q} contra \bar{k} se le denomina *diagrama fundamental*, ver figura 5.

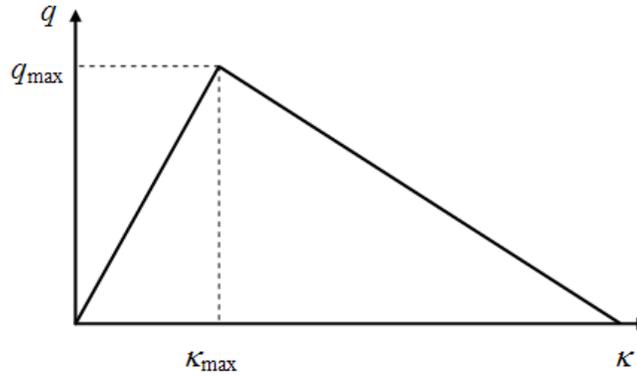


Figura 5. Diagrama fundamental: flujo (q) contra densidad (k).

Además del diagrama fundamental, otro diagrama típico en los modelos del tránsito vehicular es el *diagrama de espacio contra tiempo*, que se muestra en la figura 6, en donde cada fila de la gráfica representa la posición de todos los vehículos sobre la vía moviéndose hacia la derecha, en un tiempo dado. Al observar filas sucesivas de la gráfica se puede observar la trayectoria de dichos vehículos sobre la vía a lo largo del tiempo. El número representa la velocidad discreta del vehículo i -ésimo ($v_i = \{0,1,2,3,4,5\}$); los ceros representan vehículos detenidos (por lo tanto las áreas con ceros consecutivos en la figura representan la evolución de un congestionamiento en la vía a lo largo del tiempo).

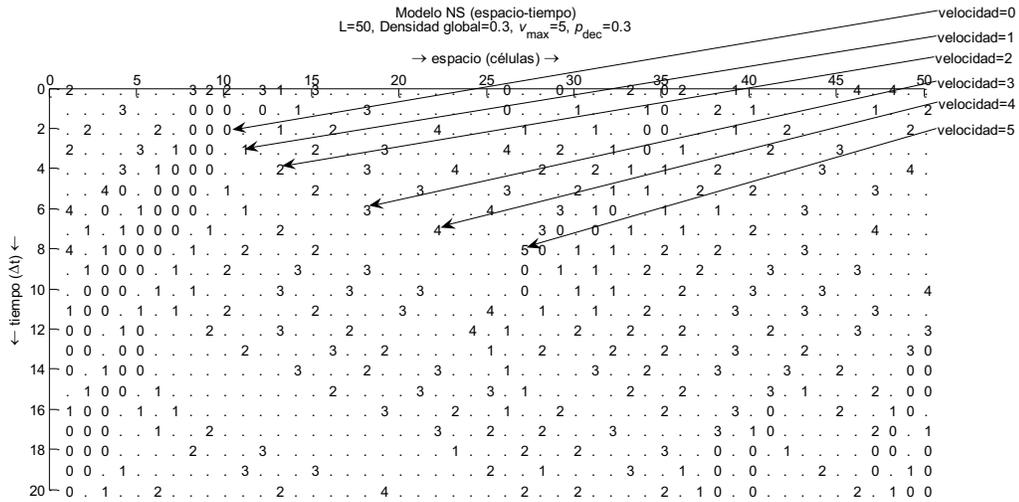


Figura 6. Diagrama espacio contra tiempo.

CAPÍTULO III. MODELO

Diseño virtual

La lattice de este proyecto es de dimensión 101x101 células, esto es con la finalidad de poder trabajar dentro de monitores con resoluciones de 1024x768 pixeles. Ya que tiene una dimensión cuadrada impar, nos da un buen punto medio dentro de la lattice para la creación de la glorieta.

El diseño de las avenidas dentro del sistema es en forma de rectángulo, estos tienen tres filas (avenidas horizontales) o tres columnas (avenidas verticales) los cuales representan los carriles. Cada carril está numerado del 1 al 3.

El diseño de la glorieta es en forma de un rombo ya que este facilita la representación dentro de la computadora que la de un círculo perfecto, tiene a su vez 3 rombos dentro de él, representan 3 carriles, cada rombo está numerado del 1 al 3.

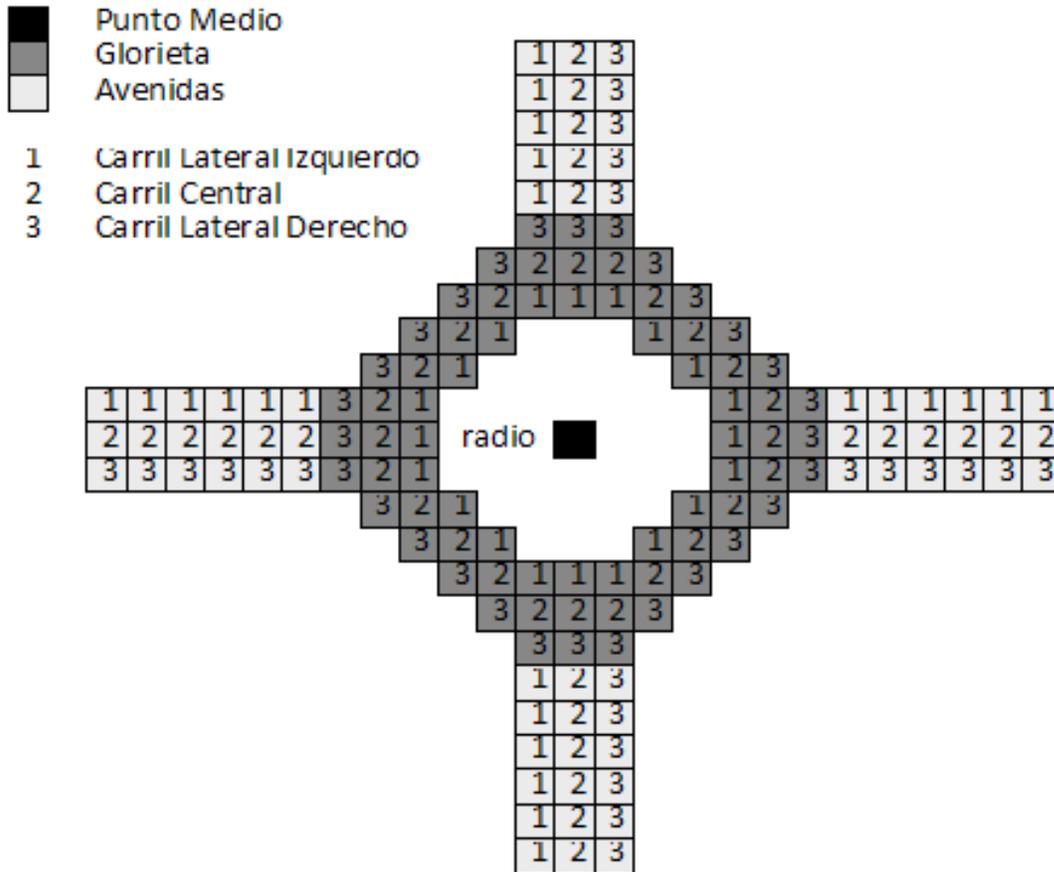


Figura 7. Representación de las avenidas y glorieta mostrando las propiedades de sus carriles y los límites de cada avenida.

El movimiento de los vehículos dentro de las avenidas va de oeste a este dentro de las avenidas Alfa I y Beta I, de sur a norte en las avenidas Alfa II y Beta II. Dentro de la glorieta el movimiento tiene el sentido contrario de las manecillas del reloj. Los automóviles que entran por la avenida Alfa I (avenida oeste) tienen

una probabilidad mayor de salir por la avenida Beta I (avenida este) de igual forma los automóviles que entran por la avenida Alfa II (avenida sur) tienen una mayor probabilidad de salir por la avenida Beta II (avenida norte).

Movimientos

La interacción de los automóviles está sujeta por dos Movimientos, el primero es el cambio de carril de cada vehículo y el segundo es el movimiento que se genera en el modelo de tránsito vehicular de Nagel–Schreckenberg [17].



Figura 8. Movimientos que describe la simulación

MOVIMIENTOS

Paso 1. Para cada uno de los automóviles presentes dentro de la lattice, realizar su cambio de carril.

Paso 2. Después de realizar todos los cambios de carril, para cada uno de los automóviles aplicarles las reglas del modelo Nagel–Schreckenberg.

Modelo – Multicarril

El primer movimiento que se genera dentro de la simulación realiza los cálculos para determinar las distancias libres (gaps) que tiene un automóvil hacia enfrente y hacia atrás de sus carriles laterales, al igual que hacia adelante sobre su mismo carril para tomar una decisión de cambiar o no cambiar de carril. Las reglas que sigue son las siguientes:

MULTICARRIL

(Aplicar a cada vehículo dentro de la lattice)

Paso 1. Determinar gap hacia enfrente sobre el mismo carril.

Paso 2. Determinar gap hacia enfrente sobre el carril lateral.

Paso 3. Determinar gap hacia atrás sobre el carril lateral.

Paso 4. Comparar los gaps obtenidos con las condiciones ideales para realizar un cambio de carril.

Paso 5. Decidir si se realizará un cambio de carril esto es, si los gaps obtenidos en los pasos 1, 2, 3 y 4 son iguales o mayores a los ideales, decidir con una probabilidad “p” si se cambiará o no de carril.

Paso 6. Cambiar de carril, actualizar la nueva posición del automóvil dentro de la simulación.

Modelo – Nagel–Schreckenberg

El segundo movimiento que se genera dentro de la simulación realiza los cálculos para mover hacia enfrente a los automóviles, ver capítulo IV. Las reglas que sigue son las siguientes:

NAGEL–SCHRECKENBERG

(Aplicar a cada vehículo dentro de la lattice)

- Paso 1.* Aceleración, si el automóvil no ha llegado a la velocidad máxima, aumentarla en una unidad.
- Paso 2.* Frenado, la velocidad del automóvil será igual al *mínimo* entre su velocidad actual y el gap hacia enfrente sobre su mismo carril.
- Paso 3.* Frenado aleatorio, si el automóvil no esta completamente parado, reducir su velocidad en una unidad con una cierta probabilidad “p”.
- Paso 4.* Movimiento, actualizar la posición del automóvil desplazando V unidades hacia enfrente de su posición actual, donde V es la velocidad del automóvil.

CAPÍTULO IV. SIMULACIÓN Y RESULTADOS

En la simulación del tránsito vehicular dentro de una glorieta, presentada en este proyecto, las células se consideran que miden 7.5 m , que es la longitud de un vehículo estándar más el espacio que lo separa del vehículo de enfrente cuando ambos están detenidos; cada intervalo discreto de tiempo (Δt) corresponde a $\approx 1.2\text{ s}$ de tiempo real. La $v_{max} = 8 \left(\frac{\text{cél}}{\Delta t} \right)$.

La figura 9 muestra la relación que existe entre: el número de células contiguas vacías $d_n(t)$, para un vehículo n -ésimo, la distancia correspondiente en metros y la velocidad que el vehículo n -ésimo obtiene en un intervalo de tiempo (Δt); en el AC que modela el tránsito vehicular de este proyecto.

Número de células contiguas	Distancia [m]	Velocidad discreta $\frac{d_n}{\Delta t} \left[\frac{\text{cél}}{\text{intervalo de tiempo}} \right]$	Velocidad $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$	Velocidad $\left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$
1	$1(7.5) = 7.5$	$\frac{1}{1} = 1$	$1 \left(\frac{7.5}{1.2} \right) = 6.25$	$1 \left(\frac{7.5(10)^{-3}}{1.2/3600} \right) = 22.50$
2	$2(7.5) = 15.0$	$\frac{2}{1} = 2$	$2 \left(\frac{7.5}{1.2} \right) = 12.50$	$2 \left(\frac{7.5(10)^{-3}}{1.2/3600} \right) = 45.00$
3	$3(7.5) = 22.5$	$\frac{3}{1} = 3$	$3 \left(\frac{7.5}{1.2} \right) = 18.75$	$3 \left(\frac{7.5(10)^{-3}}{1.2/3600} \right) = 67.50$
4	$4(7.5) = 30.0$	$\frac{4}{1} = 4$	$4 \left(\frac{7.5}{1.2} \right) = 25.00$	$4 \left(\frac{7.5(10)^{-3}}{1.2/3600} \right) = 90.00$
5	$5(7.5) = 37.5$	$\frac{5}{1} = 5$	$5 \left(\frac{7.5}{1.2} \right) = 31.25$	$5 \left(\frac{7.5(10)^{-3}}{1.2/3600} \right) = 112.50$
6	$6(7.5) = 45.0$	$\frac{6}{1} = 6$	$6 \left(\frac{7.5}{1.2} \right) = 37.50$	$6 \left(\frac{7.5(10)^{-3}}{1.2/3600} \right) = 135.00$
7	$7(7.5) = 52.5$	$\frac{7}{1} = 7$	$7 \left(\frac{7.5}{1.2} \right) = 43.75$	$7 \left(\frac{7.5(10)^{-3}}{1.2/3600} \right) = 157.50$
8	$8(7.5) = 60.0$	$\frac{8}{1} = 8$	$8 \left(\frac{7.5}{1.2} \right) = 50.00$	$8 \left(\frac{7.5(10)^{-3}}{1.2/3600} \right) = 180.00$

Figura 9. Tabla que muestra la relación que existe entre: el número de células, la distancia y la velocidad en un AC que modela el tránsito vehicular. En donde Δt es un intervalo discreto de tiempo.

Se realizaron diversas simulaciones con diferentes parámetros de entrada, tales como diferentes radios de glorietas al igual que con diferentes probabilidades de entrada de automóviles dentro de las avenidas Alfa I y Alfa II, también se alteraron en diversas ocasiones los parámetros de probabilidades de distracción, cambio de carril y sus demás parámetros de distancias óptimas para realizar el cambio de carril. Dentro de las diferentes simulaciones realizadas, se presentan en este reporte tres simulaciones que se ejemplifican casos: peor caso, caso promedio y caso óptimo.

Peor caso

Dentro de este caso se utilizó una alta probabilidad de creación de automóviles tanto dentro de la avenida Alfa I como de la avenida Alfa II. La simulación comenzó con un tránsito moderado pero como era de esperarse a medida que transcurrieron más iteraciones de la simulación, comenzó a haber congestionamientos dentro de las avenidas y de igual forma dentro de la glorieta mayormente dentro de su carril lateral derecho. La figura 10 muestra una captura de la pantalla principal de la simulación que contiene los parámetros con los cuales se produjo este caso.

Se observó una velocidad media de entre 0 a 22 km/h, este fenómeno se puede observar dentro de las gráficas generadas por la simulación, ver figura 11. La gráfica de AUTOMOVILES vs TIEMPO incrementa conforme transcurre el tiempo llegando a interactuar hasta 200 automóviles dentro de la simulación, la gráfica FLUJO vs DENSIDAD se encuentra notablemente dispersa.

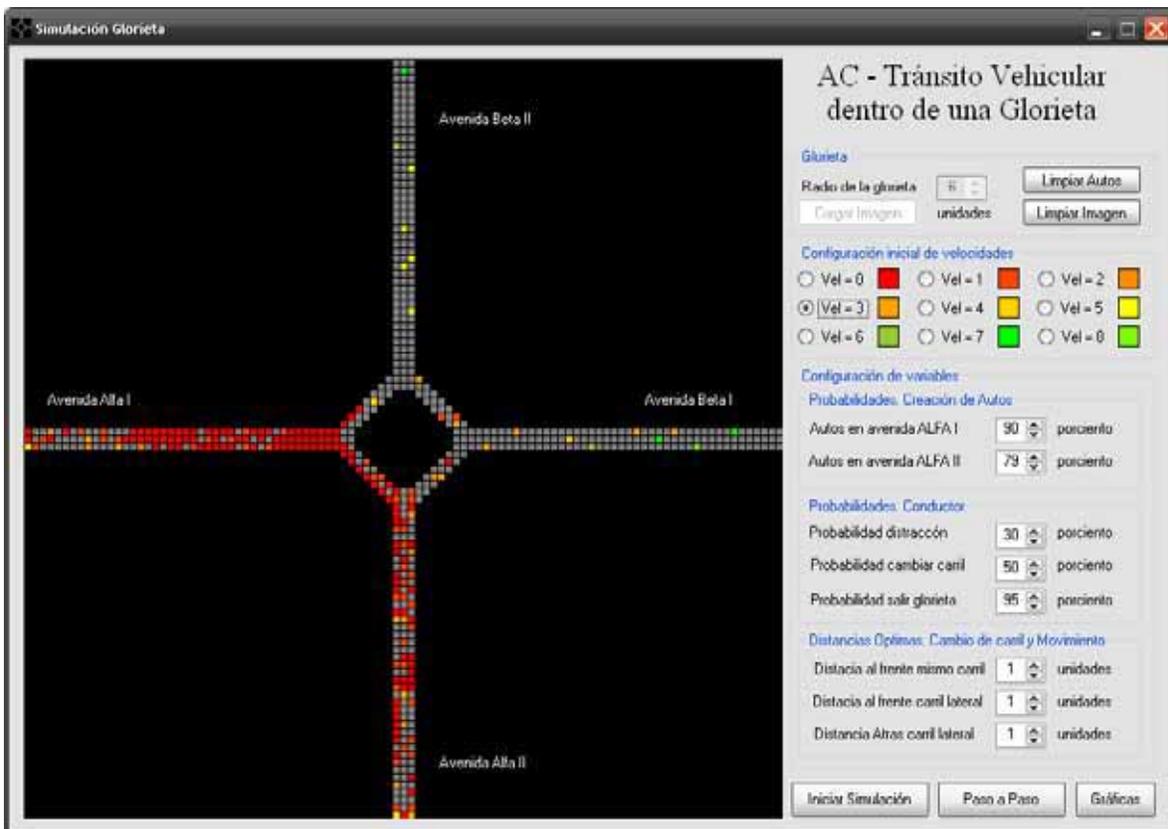


Figura 10. Pantalla principal de la simulación "peor caso"

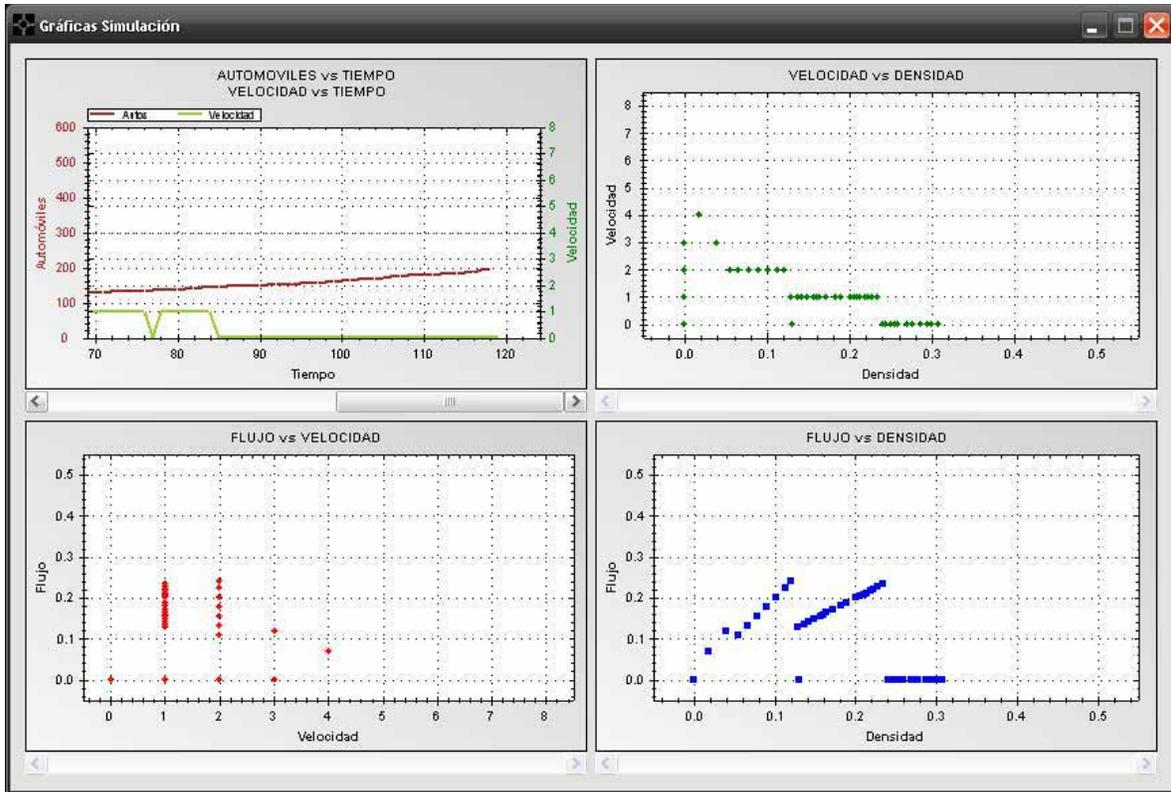


Figura 11. Pantalla que muestra las gráficas del "peor caso"

Mejor caso

Dentro de este caso se utilizó una probabilidad baja de creación de automóviles tanto dentro de la avenida Alfa I como de la avenida Alfa II. La simulación comenzó con un tránsito bajo pero nunca dejó de haber presencia de automóviles tanto dentro de las avenidas como dentro de la glorieta, a medida que transcurrieron más iteraciones de la simulación, comenzó a haber un poco de congestión ocasional dentro de la glorieta sobre en las secciones cercanas a las entradas de la glorieta. La figura 12 muestra una captura de la pantalla principal de la simulación que contiene los parámetros con los cuales se produjo este caso.

Se observó una velocidad media de entre 22 y 45 km/hr, este fenómeno se puede observar dentro de las gráficas generadas por la simulación, ver figura 13. La gráfica de AUTOMOVILES vs TIEMPO se mantiene constante no dejando existir más de 50 automóviles dentro de la simulación conforme transcurre el tiempo, la gráfica FLUJO vs DENSIDAD se encuentra notablemente concentrada.

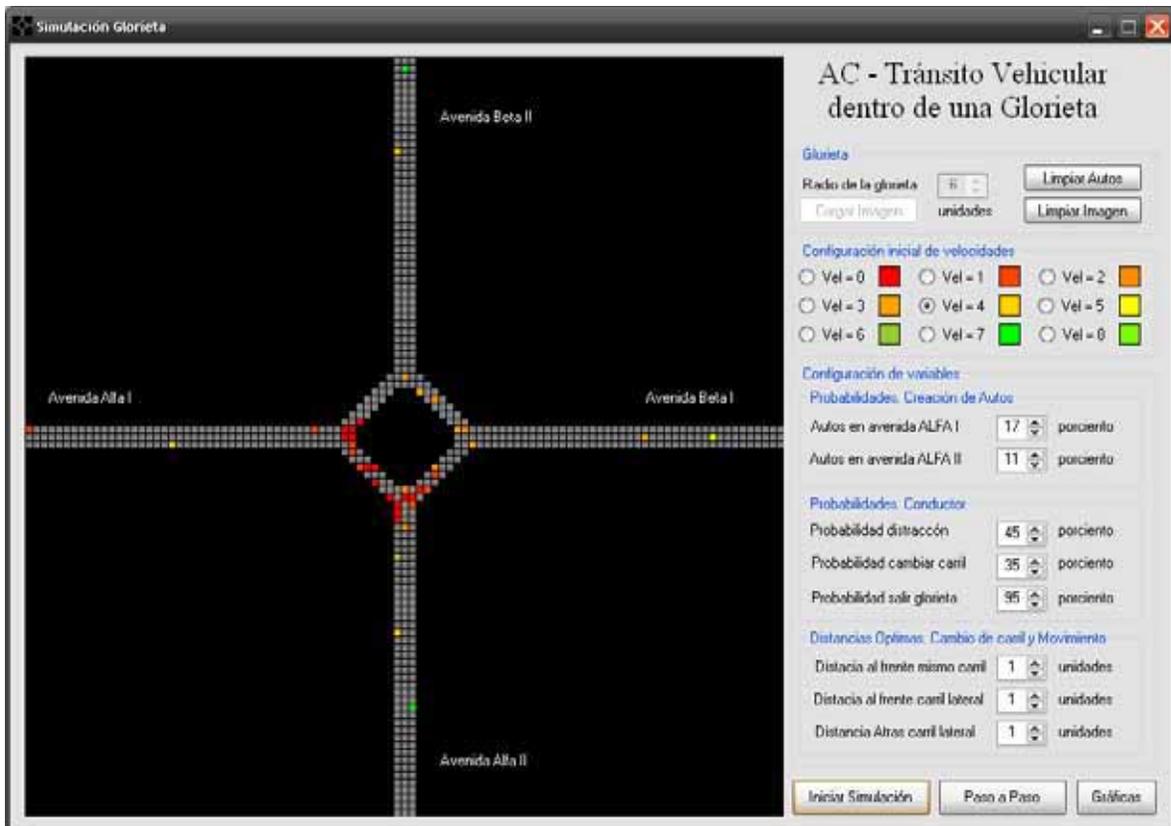


Figura 12. Pantalla principal de la simulación "mejor caso"

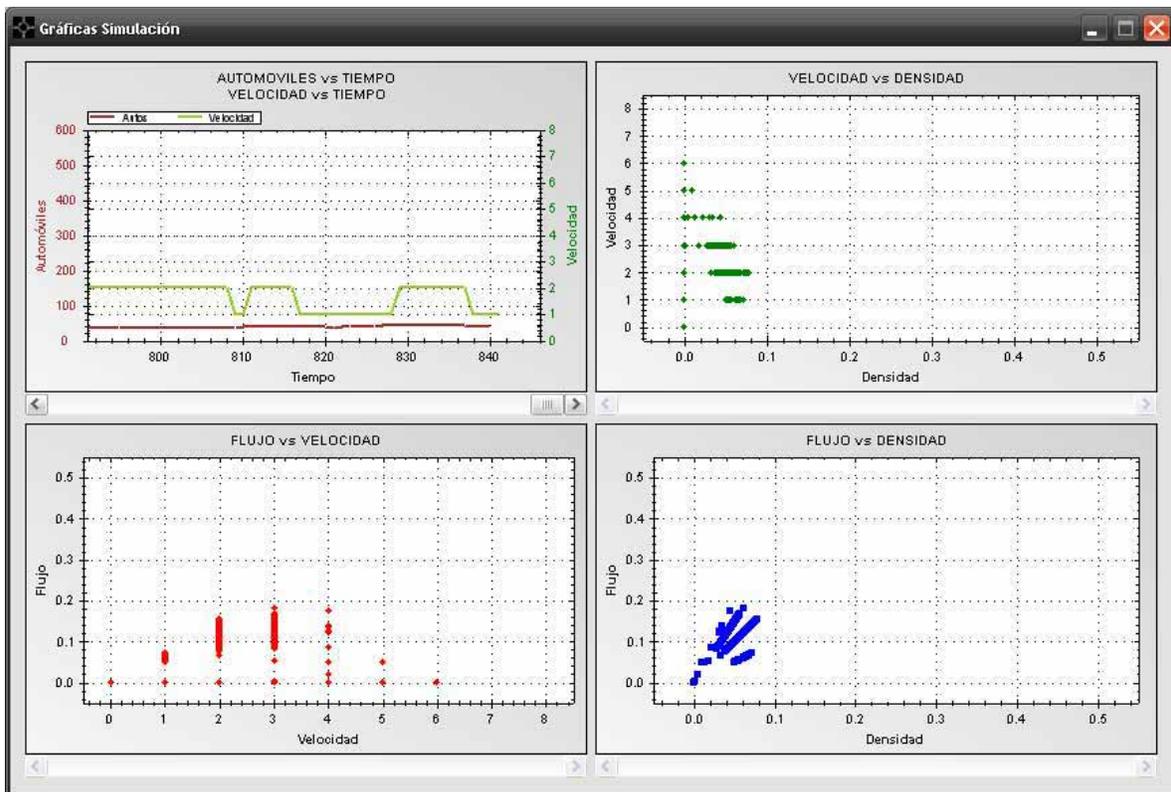


Figura 13. Pantalla que muestra las gráficas del "mejor caso"

Caso promedio

Dentro de este caso se utilizó una probabilidad un poco más alta de creación de automóviles en las avenidas Alfa I y Alfa II que en el caso anterior pero manteniéndose baja. La simulación comenzó con un tránsito bajo y mientras la simulación continuaba el tránsito fue fluido sin haber demasiado congestionamiento. Al llegar a la iteración 700 comenzó la presencia de congestionamiento dentro de Alfa I al igual que dentro de la glorieta. La figura 14 muestra una captura de la pantalla principal de la simulación que contiene los parámetros con los cuales se produjo este caso.

Se observó una velocidad media constante de 22 km/hr, este fenómeno se puede observar dentro de las gráficas generadas por la simulación, ver figura 15. La gráfica de AUTOMOVILES vs TIEMPO se mantiene constante no dejando crear más de 100 automóviles dentro de la simulación, conforme transcurre el tiempo, la gráfica FLUJO vs DENSIDAD no se encuentra tan dispersa como en la gráfica del peor caso y no se encuentra tan centrada como en la del mejor caso.

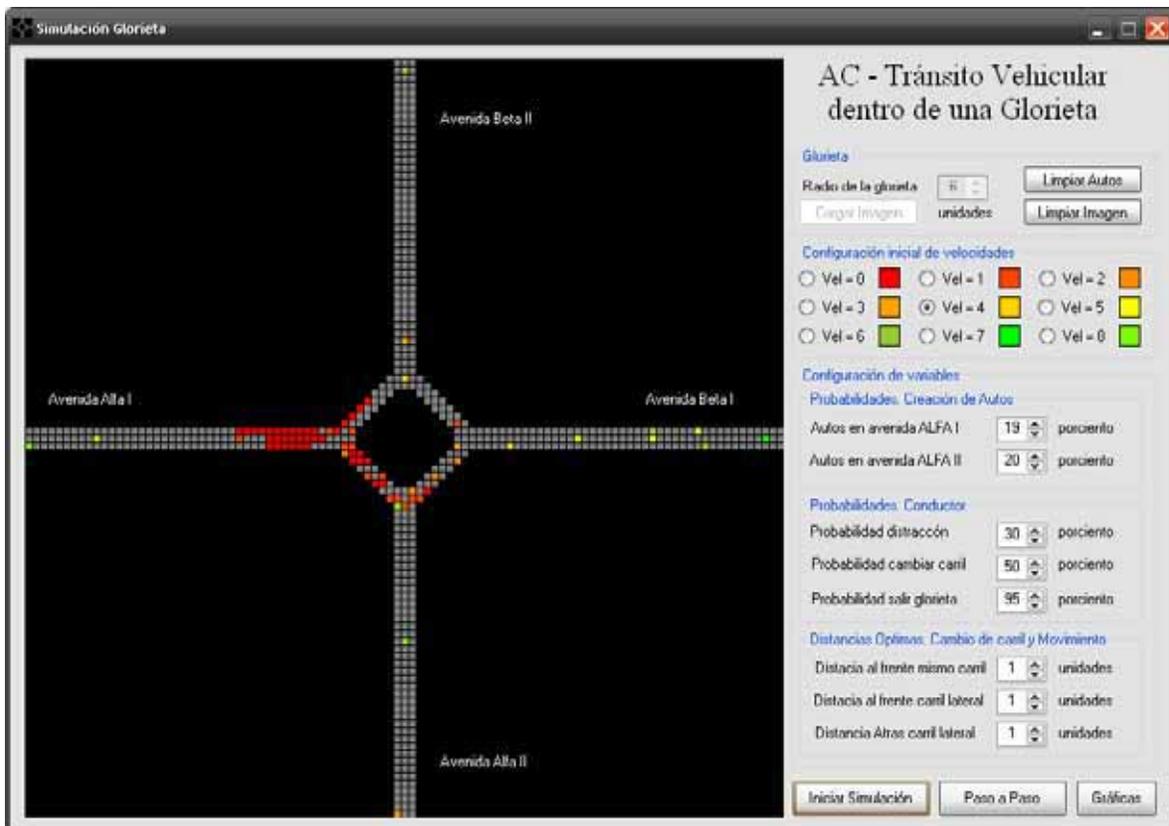


Figura 14. Pantalla principal de la simulación "caso promedio"

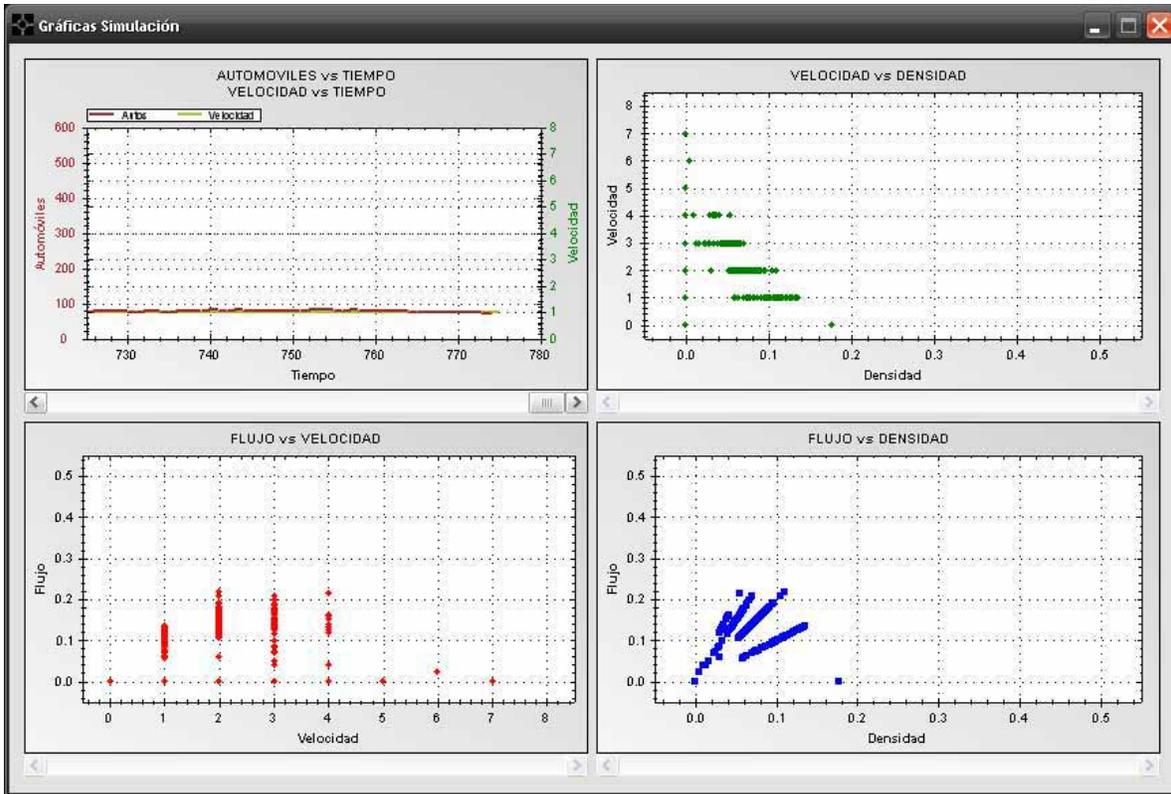


Figura 15. Pantalla que muestra las gráficas del "caso promedio"

CAPÍTULO V. CONCLUSIONES

Los autómatas celulares pueden facilitar el estudio de fenómenos físicos, con este proyecto estudiamos el tránsito vehicular dentro de dos avenidas que interceptan en una glorieta.

La representación de una circunferencia dentro de un espacio cuadriculado fue representado por un romboide, esto para facilitar la programación de la glorieta, con esto obtenemos una mayor simpleza en la programación y al mismo tiempo una menor pérdida de espacios dentro de la cuadrícula (Lattice).

La variación del tamaño de la glorieta se escogió para no contar solo con una glorieta estática de un diámetro único sino con diversos diámetros, todo esto con la finalidad de poder observar el comportamiento del tránsito en diferentes tamaños de glorietas.

No se realizó la eliminación de la cuadrícula dentro de la simulación por la razón de que sin esta no es visible el lugar en el cual se encuentra un automóvil, no se observa claramente si se encuentra dentro o fuera de la glorieta, en las entradas o salidas de esta.

La programación de este proyecto tiene la propiedad de poder modificar o agregar atributos a la clase conductor para poder extenderse a futuros proyectos con diferentes variantes, ver Anexo B.

Dentro de los casos presentados de las simulaciones se observa que a medida en que el número de automóviles va acercándose a 200 el tránsito genera congestión, esto visualiza una velocidad y un flujo lento. Como dato interesante el número máximo de automóviles dentro de esas tres simulaciones presentadas es de 600, esto nos indica que al llegar a ocupar la tercera parte de su capacidad el tránsito va sobre cargándose y generando congestiones reduciendo así la velocidad.

Bibliografía

- [1] D. Chowdhury, L. Santen and A. Schadschneider. Statistical physics of vehicular traffic and some related systems. *Physical Review* 319 (2000) 199.
- [2] D. helbing. Traffic and related selfdriven many particles systems. *Review of modern Physics* 73 (2001) 1067.
- [3] B. Derrida. An exactly soluble nonequilibrium system: The asymmetric simple exclusion process. *Physical Review* 301 (1998) 65.
- [4] E.R. Russell, M. Rys, G. Luttrell, Modeling flows and conflicts at roundabouts, Final Report FR1099, Mack Blackwell Transportation Center, Fayetteville, AR, 2000.
- [5] C. Rist, Going a roundabout way: rethinking circles to eliminate delays and deaths, *Discover* 22 (2001) 75.
- [6] FHWA, Roundabouts: an informational guide, Publication No. FHWARD00067, US Department of Transportation, Federal Highway Administration, Washington, DC, 2000.
- [7] L. Ourston, G. Hall. Modern Roundabout Interchanges come to America. *Institute of Transportation Engineers Journal* 67 (1997) 30.
- [8] Akcelik, R. Lanebylane modelling of unequal lane use and flares at roundabouts and signalised intersections: the SIDRA solution. *Traffic Engineering & Control. J.* 38 (1997) 388.
- [9] Hashem R. AlMasaeid. Capacity and performance of roundabouts. *Canadian Journal of Civil Engineering.* 26 (1999) 597.
- [10] M. Ebrahim Fouladvand, Zeinab Sadjadi, and M. Reza Shaebani. Characteristics of vehicular traffic flow at a roundabout. *Physical Review E* 70 (2004) 046132.
- [11] B. Ray and S. N. Bhattacharyya. Formation of density waves in traffic flow through intersecting roads. *Physical Review E* 73 (2006) 036101.
- [12] R. WANG; H. J. RUSKIN. MODELLING TRAFFIC FLOW AT MULTILANE URBAN ROUNDABOUTS. *International Journal of Modern Physics C Journal* 17 (2006) 693.
- [13] SIDRA SOLUTIONS. Traffic Engineering Software for Transport Pros. "<http://www.sidrasolutions.com/>", junio 2009.
- [14] Trafficware. "<http://www.trafficware.com/>", junio 2009.
- [15] Traffic Light System. "<http://www.phy.ntnu.edu.tw/ntnujava/index.php?topic=139>", junio 2009.
- [16] Microsimulation of road traffic. "<http://www.trafficsimulation.de/>", junio 2009.
- [17] K. Nagel and M. Schreckenberg. A Cellular Automaton Model For Freeway Traffic. *J. Phys. I France* (1992).22212229.

Documentos Anexos

Anexo A - Manual de Usuario.

Anexo B - Manual del Programador.